Universidad Nacional de Ingeniería **18-07-06**
Facultad de Ingeniería Mecánica **P.A. 2006-1**
Área de Ciencias Básicas y Humanidades **Duración: 1 Hora**

CUARTA PRÁCTICA CALIFICADA
CALCULO NUMERICO (PARTE 2)

APELLIDOS Y NOMBRE	SECCION	NOTA

Sólo se permite el uso de una hoja de fórmulas

P1

Si $\begin{cases} y' = x^2 y \\ y(0) = 1 \end{cases}$, complete las instrucciones en MATLAB para Taylor de orden 2:

```
X(1)=0;  Y(1)=1; h=0.1;
for i=1:10
        X(i+1) = X(i) + h;
        Y(i+1) = Y(i) + ..........................................................................................
end
```

Solución

```
X(1)=0;  Y(1)=1; h=0.1;
for i=1:10
        X(i+1) = X(i) + h;
        Y(i+1) = Y(i) + h*X(i)^2*Y(i)+h^2/2*(X(i)^4*Y(i)+2*X(i)*Y(i));
end
```

P2

Dado el siguiente sistema matricial: $AW = B$

Donde:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \ldots & 1 \\ 0 & 1 & 2 & \ldots & n \\ 0 & 1 & 4 & \ldots & n^2 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 1 & 2^n & \ldots & n^n \end{bmatrix} \qquad W = \begin{bmatrix} w_0 \\ w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ n/2 \\ n^2/3 \\ \vdots \\ n^n/(n+1) \end{bmatrix}$$

$w_i \quad i = 0,1,2,\ldots,n$ Son los pesos de integración de la fórmula de Newton Cotes cerrada de n puntos.

Complete la función implementada en MatLab:

```
function W=pesosnewtoncotes(n)
r=0:n; B=[1];A=ones(1,n);
for i=1:n
A=………………………………………………………   %Construcción de la matriz A
B=…………………………………………………. %Construcción del vector columna B
End
W=……………………………………………………..%Calcular W
```

Solución

```
function W=pesosnewtoncotes(n)
r=0:n;  B=[1]; A=ones(1,n+1);
for i=1:n
  A=[A; r.^i];
  B=[B; n^i/(i+1) ];
End
W=A\B;
```

P3

Dada la siguiente rutina

```
f=inline('-y + t+1','t','y')
t=0:0.5:1;
n=length(t);
y=1;
z=[t(1) y];
for i=1:n-1
  k1=0.5*feval(f,t(i),y);
  k2=0.5*feval(f,t(i)+0.5,y+k1);
  y=y+(k1+k2)/2;
z=[z ;t(i+1) y];
end
z
```

Hallar z

……………………………………………………………………………..

Solución

0	1.0000
0.5000	1.1250
1.0000	1.3906

P4
Escriba la rutina llamada gauss-pesos, que tenga como argumentos de entrada los límites de la integral ***a*** , ***b*** y el número de puntos a considerar, ***n***.
La función deberá evaluar los pesos *w* y los valores de *x* (abscisas) para cualquier fórmula de integración realizada por Gauss-Legendre.
Leer desde un archivo los pesos y ceros de Legendre. (zw.mat). Se encuentran almacenados en las matrices Z y W que son triangulares inferiores Ejm para 2 puntos seleccione de la segunda fila, solo dos elementos incluido la diagonal, tanto para W como Z.
Complete lo que falta en código Matlab

…………………………………………………% Inicialice la función

…………………………………………………% Cargue el archivo zw .mat que contiene

% las Matrices Zy W

z =…………………………………………… % n ceros de Lengendre

w=…………………………………………… % n pesos correspondientes

x=………………………………………………

Solución

```
function [ x, w ] = gauss_pesos( a, b, n)
load zw
z=Z(n,1:n);
w=W(n,1:n);
x=(b-a)/2*z+(b+a)/2;
```

P5
Complete las instrucciones que faltan para resolver la integral:
I= $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$ usando la cuadratura de Gauss Legendre con 5 puntos, use la rutina gauss_pesos de la **P4**.

a= ; b=

f= …………………………………… % defina el integrando en línea

………………………………………. %llame a la función gauss_pesos

I=………………………………………

Solución

a= 0 ;   b= 1

f=inline('1./sqrt(x)'); % defina el integrando en línea

```
[ x, w ] = gauss_pesos( a, b,5 );                    %llame a la función gauss_pesos
I=(b-a)/2*sum(f(x).*w)
```

P6

Dado el P.V.I

$$y' = f(x,y) = -\frac{x^2}{x+1}y + xe^x \qquad y(0)=1$$

Justifique este problema tiene solución única en el intervalo [0 1].

Nota no debe resolver la E.D.O.

Solución

$$|f(0,y_1) - f(1,y_2)| \le |L||1-y_2| \qquad \lim_{y_2\to\infty}\frac{|0.5y_2 - e^1|}{|1-y_2|} = 0.5 \le |L|$$

P7

Dado el problema de valor inicial

$$\ddot{y} + \mu(y^2-1)\dot{y} + y = 0$$

Condiciones iniciales $y(0)=a$, $\dot{y}(0)=0$ $\mu=1$, h=0.5

¿Diga cuál es el valor de a si y_1=3/2(solución aproximada con h= 0.5 y RK2 al dar el primer paso)?

Solución

$$\begin{bmatrix}\dot{y}_1\\ \dot{y}_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_2 \\ (1-y_1^2)y_2 - y_1\end{bmatrix} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\ldots K1=\begin{bmatrix}0\\ -a\end{bmatrix} \qquad K2=\begin{bmatrix}-0.5a\\ -(1-a^2)0.5a - a\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}y_1\\ y_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}a\\ 0\end{bmatrix} + 0.25\begin{bmatrix}0\\ -a\end{bmatrix} + 0.25\begin{bmatrix}-0.5a\\ -(1-a^2)0.5a - a\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0.625a\\ -(1-a^2)0.625a - 0.5a\end{bmatrix} \qquad a=\frac{12}{7}$$

P8

Evalúe $\int_0^1 ax^4 dx$, para a=*cte*, **para la cuadratura de Romberg, completar:**

$$R = \begin{bmatrix} R_{11} & \mathrm{M} & R_{12} \\ \Lambda & \Lambda & \Lambda \\ R_{21} & \mathrm{M} & R_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{a}{2} & & \mathrm{M} & & \\ & & \mathrm{M} & & \\ \Lambda\,\Lambda & \Lambda\,\Lambda & \mathrm{M}\,\Lambda\,\Lambda & & \Lambda\,\Lambda \\ & & \mathrm{M} & & \\ & & \mathrm{M} & & \end{bmatrix}$$

Solución

$$R = \begin{bmatrix} R_{11} & \mathrm{M} & R_{12} \\ \Lambda & \Lambda & \Lambda \\ R_{21} & \mathrm{M} & R_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{a}{2} & \mathrm{M} & 0 \\ \Lambda & \Lambda & \Lambda \\ \frac{9a}{32} & \mathrm{M} & \frac{5a}{24} \end{bmatrix}$$

P9

Sea la ecuación $2x^2\, dy = y\, dx$ que pasa por el punto (1,1), aproxime y(1.2) con h=0.1 mediante Euler Mejorado:

Solución

$$x_0 = 1 \quad y_0 = 1 \quad h = 0.1$$

$$x_1 = x_0 + h = 1.1$$

$$y_1{*} = y_0 + h\,y_0' = y_0 + h\frac{y_0}{2{x_0}^2} = 1.05$$

$$y_1 = y_0 + \frac{h}{2}\left(\frac{y_0}{2{x_0}^2} + \frac{y_1\,*}{2{x_1}^2}\right) = 1.0467$$

$$x_2 = x_1 + h = 1.2$$

$$y_2{*} = y_1 + h\,y_1' = y_1 + h\frac{y_1}{2{x_1}^2} = 1.0899$$

$$y_2 = y_1 + \frac{h}{2}\left(\frac{y_1}{2{x_1}^2} + \frac{y_2\,*}{2{x_2}^2}\right) = 1.0872$$

Los Profesores